$\varphi: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$

$A = M_\varphi(\mathcal{B}_k^2, \mathcal{B}_k^2)$

$\mathcal{B}_k = (\hat{\imath}\ \hat{\jmath}) = (e_1, e_2)$

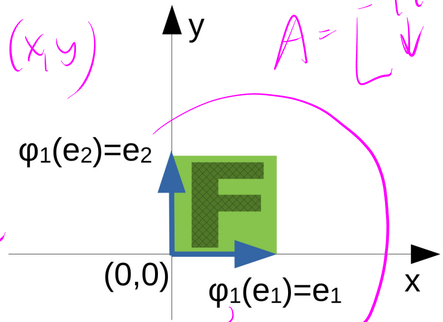
$e_1 = \hat{\imath} = (1,0)$ $\quad e_2 = \hat{\jmath} = (0,1)$

baza $\mathbb{R}^2$

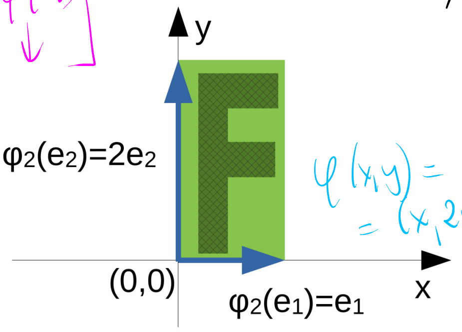
Przykład 7.5.3. Endomorfizmy przestrzeni $\mathbb{R}^2$

$\varphi(x,y) = (x,y)$ $\quad A = [\varphi(e_1)\ \ \varphi(e_2)]$

$\varphi(e_1) = e_1$, $\varphi(e_2) = e_2$



identyczność $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$



$\varphi(x,y) = (x, 2y)$

$\varphi(e_1) = \varphi(1,0) = (1,0)$

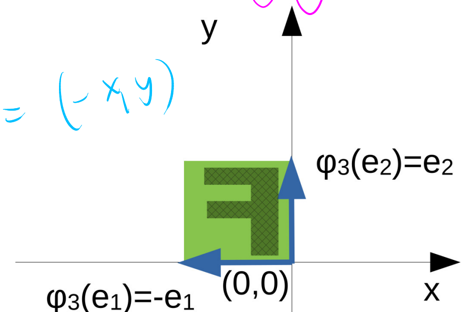
$\varphi(e_2) = \varphi(0,1) = (0,2)$

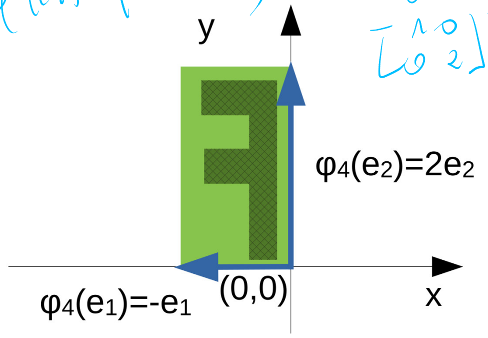
rozciąganie $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$u = (u_x, u_y) = u_x(1,0) + u_y(0,1) = u_x \cdot e_1 + u_y \cdot e_2$

$\varphi(x,y) = (-x, y)$





odbicie (symetria osiowa) $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ względem osi

rozciąganie i odbicie $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

$\varphi(u) = \varphi(u_x e_1 + u_y e_2) \underset{\text{lin.}}{=} u_x \varphi(e_1) + u_y \varphi(e_2)$

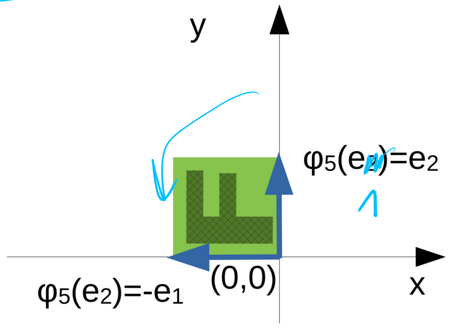
znając te dwa znam $\varphi(u)$ dla dowolnego $u \in \mathbb{R}^2$

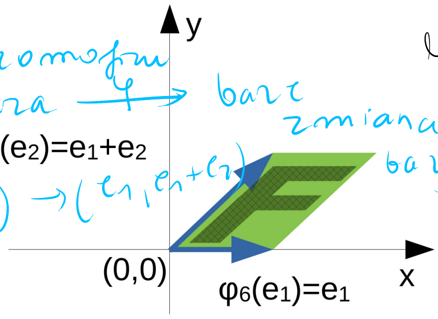
φ - izomorfizm

baza $\xrightarrow{\varphi}$ baza

zmiana bazy

$(e_1, e_2) \to (e_1, e_1 + e_2)$



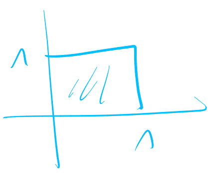


obrót (rotacja) o kąt $\frac{\pi}{2}$ $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

powinowactwo ścinające (ang. shear) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ A

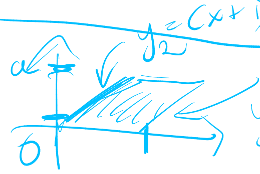
$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \neq 0$

$\exists A^{-1}$ $\quad \exists \varphi^{-1}$ $\quad \varphi$ - odwracalne



$\{(x,y),\ 0 \le x \le 1,\ 0 \le y \le 1\}$

stałe



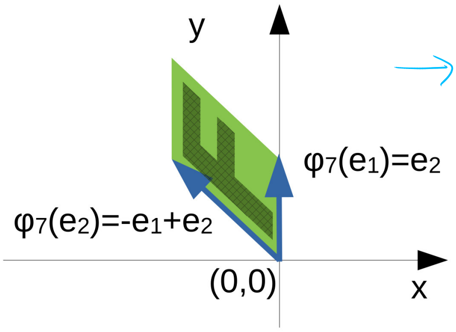
$y_2 = (x+1)$ $\quad y_1$ $\quad Ax+B$

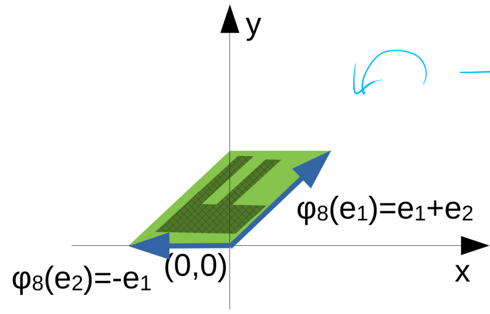
$0 \le y \le a$

$? \le x \le ?$ zmienne

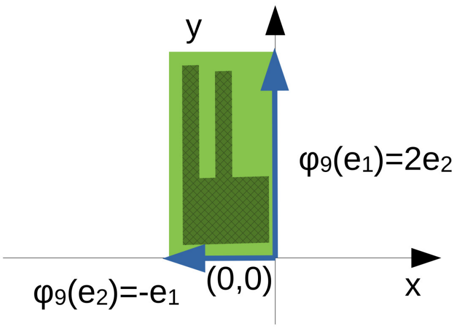
w bazie e_1, e_1+e_2 to jest „kwadrat"

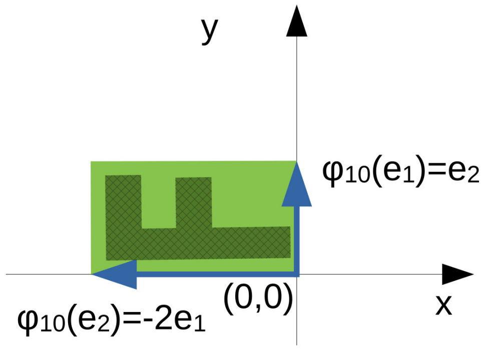
φ^{-1} „naprostuje kwadrat"





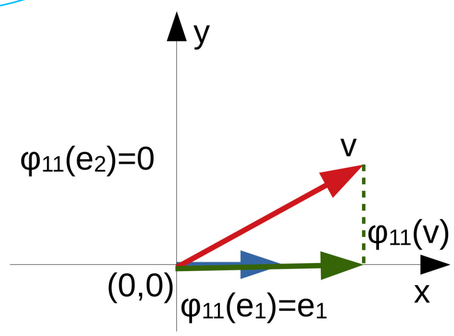
powinowactwo ścinające i rotacja $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ rotacja i powinowactwo ścinające $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

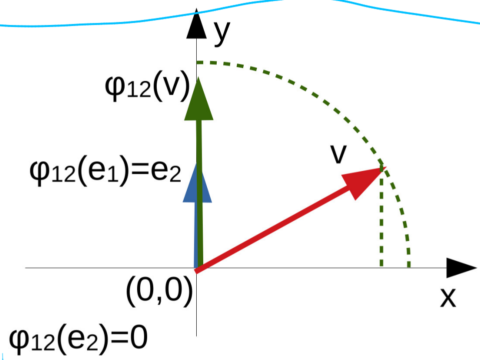




rotacja i rozciąganie $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ rozciąganie i rotacja $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\det A \neq 0$





rzut na Ox

$\det A = 0$

baza nie przejdzie na bazę!

rzutowanie (projekcja) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ projekcja i rotacja $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\varphi(e_1) = e_1$
$\varphi(e_2) = 0$

$(e_1, 0)$ liniowo zależna

A